Колоквіум №1 Снігар Оксана мта-11

№1

А та В - квадратні одного порядку, оск. $A \cdot B$ існує, якщо к-ть стовпців A = к-ть рядків B, а $B \cdot A$, якщо к-ть стовпців B = к-ть рядків A.

№2.

Симетричною, бо.

№3

Добуток зміниться у λ разів, оск: дільний множник рядка λ можна винести за знак матриці, тобто

$$\begin{pmatrix} a_{11} \dots a_{1i} \dots a_{1m} \\ \dots \\ a_{n1} \dots a_{ni} \dots a_{nm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} \dots \lambda b_{1i} \dots b_{1k} \\ \dots \\ b_{m1} \dots \lambda b_{mi} \dots b_{mk} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} \dots a_{1i} \dots a_{1m} \\ \dots \\ a_{n1} \dots a_{ni} \dots a_{nm} \end{pmatrix} \cdot \lambda \begin{pmatrix} b_{11} \dots b_{1i} \dots b_{1k} \\ \dots \\ b_{m1} \dots b_{mi} \dots b_{mk} \end{pmatrix} = \lambda(AB)$$

№4

При вик. доп. мінору викреслюється один і рядок та j стовпець елемента a_{ij}, а при вик звичайного - кілька рядків та стовпців викреслюємо

№5

Знак визначника зміниться n разів, згідно з лемою про те, що перестановка двох сусідніх рядків (стовпців) змінює знак ~~визн~~ визначника на протилежний

№6

~~Так. Розгл.~~ $\cancel{\begin{vmatrix} a_{11} \dots a_{1n} \\ \dots \\ \lambda a_{i1} \dots \lambda a_{in} \\ \dots \\ a_{n1} \dots a_{nn} \end{vmatrix} =}$

Ні, оск. згідно з твердженням

$$\begin{vmatrix} a_{11} \dots a_{1n} \\ \lambda a_{i1} \dots \lambda a_{in} \\ a_{n1} \dots a_{nn} \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} a_{11} \dots a_{1n} \\ a_{i1} \dots a_{in} \\ a_{n1} \dots a_{nn} \end{vmatrix}.$$ Тоді

$$\det(\lambda A_{n \times n}) = \det([\lambda a_{ij}]_{n \times n}) = \lambda^n (\det(A))$$

№7.

№8

Згідно з ~~означенням~~ теоремою про існування та єдиність обернених матриць, обернена матриця до даної існує тоді і тільки тоді коли дана невироджена. Отже для вироджених немає оберненої

Доведено

№10

Якщо вектор a_0 не можна виразити через a_1, a_2, a_3, то a_0 не є лінійною комбінацією a_1, a_2, a_3.

Згідно з лемою, вектори a_0, a_1, a_2, a_3 лінійно залежні тоді і лише тоді, якщо ~~будь-який~~ хоч один з них є лін. комб. інших. a_1, a_2, a_3 - лінійно незалежні за умовою отже жоден з них не є лін. комб інших та a_0 не є лін. комб інших за раніше доведеним. Тоді ~~серед~~ a_0, a_1, a_2, a_3 немає

такого a_i, що є лін. комб інших, ~~~~ тоді то a_0, a_1, a_2, a_3 - лін. незалежні

№11

Згідно з лемою $n+1$ векторів $\mathbb{R}^n$ - лінійно залежні, тому не існує 4 лін. незалежних векторів простору $\mathbb{R}^3$.

№12

Згідно з теоремою, кожен не нульовий підпростір $\mathbb{R}^n$ має нескінченну к-ть баз

№13

Коли к-ть рівнянь більша за к-ті невідомих